

---

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

### Φυλλάδιο 4

---

## 1 Εφαρμογές του εσωτερικού-εξωτερικού γινομένου

**Άσκηση 1.1** Δίνεται μοναδιαίο διάνυσμα  $\vec{a}$ . Να λυθεί η εξίσωση  $\langle \vec{a}, \vec{x} \rangle = 1$ , όπου το  $\vec{x}$  είναι μοναδιαίο διάνυσμα.

**Άσκηση 1.2** Δίνεται κανονικό πεντάγωνο  $A_1A_2A_3A_4A_5$  με κέντρο  $O$ . Να αποδειχθεί η σχέση

$$\vec{OA}_1 + \vec{OA}_2 + \vec{OA}_3 + \vec{OA}_4 + \vec{OA}_5 = \vec{0}.$$

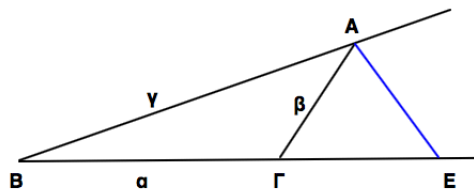
**Άσκηση 1.3** Δίνονται τα μέσα  $D(4, 4, 0)$ ,  $E(0, 2, 0)$ ,  $Z(2, 0, 0)$  των πλευρών ενός τριγώνου. Να βρεθούν οι κορυφές του τριγώνου.

**Άσκηση 1.4** Στο τρίγωνο  $ABC$  φέρνουμε το ύψος  $AD$ . Δείξτε ότι

$$(B, C, D) = \frac{c \cos B}{b \cos C}$$

όπου  $c$  το μήκος του τμήματος  $AB$  και  $b$  το μήκος του τμήματος  $AC$ .

**Άσκηση 1.5** Στο παρακάτω σχήμα,  $AE$  είναι η εξωτερική διχοτόμος της γωνίας  $A$ .



Να αποδείξετε ότι

$$\vec{AE} = \frac{1}{\beta - \gamma} (\beta \vec{AB} - \gamma \vec{AG})$$

**Άσκηση 1.6** Να αποδείξετε ότι οι εσωτερικές διχοτόμοι των γωνιών τριγώνου  $ABC$  διέρχονται από κοινό σημείο  $M$  με διάνυσμα θέσης

$$\vec{OM} = \frac{\alpha \vec{OA} + \beta \vec{OB} + \gamma \vec{OC}}{\alpha + \beta + \gamma},$$

όπου  $AB = \gamma$ ,  $AC = \beta$  και  $BC = \alpha$ .